南京理工大学

2021 年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：615　　科目名称：高等数学　　满分：150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、选择题（1-8 小题，每题 4 分，共 32 分）：

1、当 $x\to 0$ 时，$e^{x^2}-\cos x$ 是 x 的___阶无穷小.

A $\frac{1}{3}$； B 1； C 2； D 3.

2、曲线 $f(x)=\dfrac{x^3}{(1-x)^2}$ 的渐近线有______条.

A 1； B 2； C 3； D 4.

3、设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{ax}, & x\le 0 \\ \sin x+b, & x>0 \end{cases}$，且 $f'(0)$ 存在，则 $a=$______，$b=$______.

A $a=\frac{1}{2},b=1$； B $a=1,b=\frac{1}{2}$； C $a=0,b=1$； D $a=1,b=1$.

4、函数 $y=x^2e^{-x}$ 的极大值为_______.

A 0； B 2； C $4e^{-2}$； D $4e$.

5、直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$ 在 yoz 平面上的投影直线方程为_______.

A $\begin{cases} 2x+y-1=0 \\ z=0 \end{cases}$； B $\begin{cases} y-2z+5=0 \\ x=0 \end{cases}$； C $\begin{cases} y+2z-5=0 \\ x=0 \end{cases}$； D $\begin{cases} 2x+y+1=0 \\ z=0 \end{cases}$.

6、下列各函数中，在 $(0,0)$ 点连续的是_______.

A $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\ne 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$； B $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$；

C $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\ne 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$； D $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$.

7、已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n=3$，$\sum_{n=1}^{\infty}u_{2n-1}=7$，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n=$______.

A 3； B 7； C 8； D 11.

8、微分方程 $xydx+\sqrt{1-x^2}dy=0$ 的通解为________(其中 c 为常数).

A $y=ce^{\sqrt{1-x}}$； B $y=ce^{\sqrt{1+x}}$； C $y=ce^{\sqrt{1-x^2}}$； D $y=ce^{\sqrt{1+x^2}}$.

二、填空题（9-14 小题，每题 4 分，共 24 分）：

9、由曲线 $y=x^2$ 及 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积 $V=$________.

10、已知 $(axe^{x^2}\cos y+y^3)dx+(bxy^2-e^{x^2}\sin y)dy$ 为某函数 $u(x,y)$ 的全微分，则 $a=$__①__，$b=$__②__.

11、设参数方程 $\begin{cases} x=\int_0^t \dfrac{\sin u}{u}du, \\ y=\cos t, \end{cases}$ $(t>0)$，则 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=$__________.

12、设 $f(x,y)$ 是连续函数，则二次积分 $\int_0^2 dx\int_0^{x^2} f(x,y)dy$ 交换积分次序后为______________.

13、函数 $u=xy^2z$ 在点 $(1,-1,2)$ 处沿梯度方向的方向导数为_________.

14、设空间曲线 $\Gamma: x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ z=4t,\ (0\le t\le 2\pi)$，则 $\int_\Gamma (x^2+y^2)ds=$_____.

三、解答题（15-23 小题，共 94 分）：

15、(本题满分 12 分)

(1) (6 分) 计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(1-\cos x)}{\sin^4 x}$.

(2) (6 分) 计算定积分 $\int_{-2}^{2}\dfrac{x^2+x\ln(x^4+1)}{2+\sqrt{4-x^2}}dx$.

16、(本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $x>0$ 时可导，且满足 $xf(x)=3x+\int_1^x f(t)dt$，求 $f(x)$，并求曲线 $y=f(x)$ 与 $x=1$, $y=0$ 围成的平面图形的面积.

17、(本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上二阶可导，$|f''(x)|\le M\ (x\in[0,a])$，且 $f(x)$ 在 $(0,a)$ 内取得最大值，证明：$|f'(0)|+|f'(a)|\le Ma$.

18、 (本题满分 10 分)

求空间曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6 \\ x+y+z=0 \end{cases}$在点$P(1,1,-2)$处的切线方程和法平面方程.

19、(本题满分 10 分)

设函数$z=f(u,x,y)$, $u=xe^y$，其中f具有连续的二阶偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

20、(本题满分 10 分)

计算曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2)dS$，其中$\Sigma$为$z=\sqrt{x^2+y^2}$介于$z=0$及$z=1$的部分.

21、 (本题满分 10 分)

计算曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma}xzdydz+yzdzdx$，其中$\Sigma$是$yoz$平面上抛物线$z=2y^2$绕$z$轴旋转一周得到的旋转曲面和平面$z=2$所围封闭曲面的内侧.

22、 (本题满分 10 分)

将函数$f(x)=\dfrac{3x-5}{x^2-4x+3}$展开成$x$的幂级数.

23、 (本题满分 12 分)

求微分方程$y''+y=e^x+\cos x$的通解.